Formelsammlung – Logistik

Losgrößenmodelle

Andler'sche Losgrößenformel

Optimale Bestellmenge	$\sqrt{\frac{2 \cdot Gesamtbedarf \cdot Fixe\ Bestellkosten}{Variable\ Bestellkosten \cdot Lagerzins}}$
Bestellmenge	$\frac{Gesamtbedarf}{Anzahl\ der\ Bestellungen}$
Bestellkosten	$Anzahl\ der\ Bestellungen \cdot Fixe\ Bestellkosten$
Durchschnittlicher Lagerbestand	$\frac{Bestellmenge}{2} + Mindestbestand$
Durchschnittlicher Lagerwert	$Durchschnittlicher\ Lagerbestand \cdot variable\ Kosten$
Lagerkosten	$\frac{Durchschnittlicher\ Lagerwert \cdot Lagerzins}{100}$
Gesamtkosten	$Bestellkosten + Lagerkosten$

Preiserhöhungen

Ersparnis bei Bestellung vor Preiserhöhung	$Bestellmenge \cdot Preisdifferenz$
Gewinn bei vorzeitiger Bestellung	$Ersparnis - Lagerkosten\ (s.o.)$
Optimale Bestellmenge zu altem Preis	$(\frac{Neuer\ Preis}{alter\ Preis} - 1) \cdot (\frac{10 \cdot Durchschn.\ Verbrauch}{Lagerzins})$

Verfahren zur Mittelwertsbildung

Arithmetisches Mittel	$\frac{\sum Werte}{Anzahl\ der\ Werte}$
Gewichteter Durchschnitt	$\frac{\sum (Wert \cdot Wichtung)}{\sum Wichtungen}$
Gleitender Mittelwert	$Arithmetisches\ Mittel\ der\ n\ letzten\ Werte$
	Der älteste Wert wird durch den vorhergehenden Mittelwert ersetzt.
Exponentielle Glättung	$w_{t+1} = (a \cdot w_t) + ((1-a) \cdot w_{t-1})$ $Neuer\ Wert = (a \cdot letzer\ Wert) + ((1-a) \cdot vorletzter\ Wert)$ $Gewichtungsfaktor\ a \in [0;1]$

Simulation eines Prozesses mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators

1. Definition der Ereignisse
2. Für jedes Ereignis: Definition der Aktionen bei Eintritt.
3. Festlegen der Eintrittswahrscheinlichkeit p(i) pro Ereignis: $\sum p(i)=1$
4. Definition von Intervallen der Breite p(i) pro Ereignis.

   Beispiel:

Ereignis	1	2	3
Wahrscheinlichkeit	0,25	0,6	0,15
Intervall	0,00 - 0,24	0,25 - 0,84	0,85 - 0,99
Intervallbreite	0,25	0,6	0,15

5. Wiederhole beliebig oft:
   1. Generierung einer Zufallszahl $ZZ \in [0;1)$
   2. Zuordnung: Zuffalszahl --> Intervall. Das entsprechende Ereignis ist eingetreten.
   3. Anwendung der mit dem Ereignis verknüpften Aktionen.

Auswertung der Nachfrage

Gesamte Nachfrage $$\text{Anzahl der Bestellungen} \cdot \text{Menge pro Bestellung}$$

Bediente Nachfrage $$\text{Gesamte Nachfrage} - \text{Fehlmenge}$$

Fehlmenge = nicht bediente Nachfrage

Servicegrad $$\frac{\text{Bediente Nachfrage}}{\text{Gesamte Nachfrage}}$$

Standortwahl

Nutzwertanalyse

Nutzwert eines Standorts $$\sum (\text{Gewichtung} \cdot \text{Punktwert})$$

Zunächst müssen unterschiedliche Kriterien und ihre Gewichtung definiert werden.

Da für jedes Kriterium unterschiedliche Maximalpunkte vergeben werden können, sind die Punktwerte in Prozent umzurechnen (x% der Maximalpunktzahl des Kriteriums)

Optimal ist der Ort mit dem höchsten Nutzwert.

Minimierung der Transportkosten nach Steiner/Weber

Gegeben

- Mehrere Koordinatenpaare (x_i; y_i) von bereits vorhandenen Standorten

- Transportkosten pro Einheit und Kilometer
- Für jeden Standort (x_i; y_i): Menge der nach (x, y) zu transportierenden Einheiten

Gesucht

Die Koordinaten (x, y) des Ortes, zu dem die kumulierten Transportkosten minimal sind.

Zielfunktion

$$Min \sum_{i=1}^{n} (Transportkosten \cdot Menge \cdot Distanz\ zu\ Ort\ i)$$

Gemeint ist die Menge, welche zum neuen Ort (x; y) transportiert werden muss.

Gemeint ist die Distanz zwischen (x; y) und (x_i; y_i)

$$Min \sum_{i=1}^{n} (K \cdot M_i \cdot \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2})$$

Distanz zweier Punkte (x; y); (X; Y)

$$\sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2}$$

Optimale Koordinaten

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot Transportmenge_i)}{\sum_{i=1}^{n} (Transportmenge_i)}$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i \cdot Transportmenge_i)}{\sum_{i=1}^{n} (Transportmenge_i)}$$

Tourenplanung / Planung einer Rundreise

1. Zeilenminimum ermitteln

   ➔**Zeilenreduktion (Subtraktion Zeile - Zeilenminumum)**

2. Spaltenminimum ermitteln

   ➔**Spaltenreduktion (Subtraktion Spalte - Spaltenminimum)**

   ➔ **In jeder Zeile <u>und</u> Spalte mindestens eine „0“**

3. Für „0“ Elemente Differenz zum gleichen oder nächst höheren Zeilenwert oder Spaltenwert addieren
4. Realisierung der maximalen Bewertung
5. Streichung der ausgewählten Verbindung

   ➔Sperren Zeile Abgangsort

   ➔Sperren Spalte Empfangsort

   ➔Sperren Rückweg

1. + 2. Wenn nicht in jeder Zeile und Spalte eine „0“

3. Sonst

Bei Sackgasse, alles von vorne.

Das klassische Transportproblem

	Bedarfsort 1	**Bedarfsort ...**	**Bedarfsort m**	
Angebotsort 1	Transport von a(1) -> b(1)			Angebot am Ort 1
Angebotsort ...				Angebot am Ort ...
Angebotsort n			Transport von a(n) -> b(m)	Angebot am Ort n
	Bedarf am Ort 1	Bedarf am Ort ...	Bedarf am Ort m	**Summe der Angebote = Summe des Bedarfs**

- Die grünen Felder müssen so belegt werden, dass an allen Orten die gewünschte Gesamtmenge ankommt und dass alle Angebote aufgebraucht werden.
- **Das heißt, die Zeilensummen müssen den Angeboten rechts davon entsprechen.**
- **Die Spaltensummen müssen den Bedärfen darunter entsprechen.**
- Jedes grüne Feld speichert drei Variablen:
    - Transportkosten pro Einheit (beim Schoch rechts oben im Eck)
    - Transportierte Menge
    - Bei nicht belegten Feldern (Menge = 0): Opportunitätskosten

	Bedarfsort 1			**Bedarfsort ...**			**Bedarfsort m**			
Angebotsort 1	Kosten	Opport.	Menge							Angebot am Ort 1
Angebotsort ...				Kosten	Opport.	Menge				Angebot am Ort ...
Angebotsort n							Kosten	Opport.	Menge	Angebot am Ort n
	Bedarf am Ort 1			Bedarf am Ort ...			Bedarf am Ort m			**Summe der Angebote = Summe des Bedarfs**

- Die Matrix ist mit den Transportkosten vorbelegt. Transportmenge und Opportunitätskosten sind leer.

Finden einer gültigen Basislösung

- Um die Optimierung durchführen zu können müssen die Mengenfelder gültig belegt sein. Hierzu gibt es drei Methoden:
- **Kreativität:**
    - Der Notanker in der Klausur
    - Man belegt die Felder einfach irgendwie, so dass die Zeilen- und Spaltensummen stimmen.
    - Qualität des Ergebnisses hängt vom Zufall ab.

- **Mini-Max:**
  - Man such das Feld mit den kleinsten Kosten.
  - Ihm weist man die größt mögliche Menge zu (min(Angebot, Nachfrage))
  - usw. bis Gesamtbedarf gedeckt.
  - Eigenschaften:
    - Einfach auszuführen.
    - Liefert recht gute Ergebnisse. (Nicht immer nahe beim Optimum)
- **Vogel'sche Approximationsmethode:**
  - Für jede Zeile und jede Spalte wird ein Delta berechnet aus: **Niedrigste Kosten – Zweitniedrigste Kosten.**
  - Suche Zeile oder Spalte mit größtem Delta.
  - Dort suche Feld mit kleinsten Kosten.
  - Weise diesem Feld die größtmögliche Menge zu.
  - usw. bis alle Bedärfe gedeckt.
  - Eigenschaften:
    - Etwas aufwendiger wie Mini-Max.
    - Liefert dafür bessere Ergebnisse.
    - Ergebnis entspricht oft dem Optimum.
    - Wenn nicht, sind nur noch wenige Optimierungsschritte nötig.

Optimierung nach dem MODI-Verfahren

- **Basisvariablen:** Alle Felder mit Transportmenge > 0
- **Nichtbasisvariablen:** Alle Felder mit Menge = 0.

```
while forever
{
      potentiale_berechnen();
      opportunitätskosten_berechnen();

      if (alle_oportunitätskosten_groesser_oder_gleich_null())
            break;      // Ende des Algorithmus

      basistausch_vornehmen();
}
```

- Berechnen der Potentiale:
  - Jede Zeile hat ein Potential u(i).
  - Jede Spalte hat eine Potential v(j).
  - v(1) = 0 (immer!)
  - Für alle Basisvariablen muss gelten: u(i) + v(j) = Kosten des Felds.
- Berechnen der Opportunitätskosten:
  - Werden nur für Nichtbasisvariablen berechnet. (Opportunitätskosten für Basisvariablen = 0)
  - Kosten des Feldes – Zeilepotential – Spaltenpotential
  - Also: $o(i\,;j)=k(i\,;j)-u(i)-v(j)$
  - Wenn es keine negativen Opportunitätskosten gibt, wurde das Optimum gefunden. --> Abbruch.
  - (Opportunitätskosten = Verschlechterung der Gesamtkosten pro Einheit auf diesem Feld)
- Durchführen des Basistausch:
  - Nimm ein beliebiges Feld mit negativen Opportunitätskosten.
  - Bilde den Polygonzug:
    - Ein rechtwinkliges Gebilde, welches von diesem Feld ausgeht und auch dort wieder endet.
    - Alle anderen Ecken müssen Basisvariablen sein!
  - Dem Feld muss nun ein Wert zugewiesen werden. Damit die Zeilen- und Spaltensummen stimmen, muss dieser Wort entlang des Polygonzuges subtrahiert und addiert werden.
  - Also überlege, welche Wert kannst du maximal zuweisen. (Minimum der benachbarten BV entlang Polygonzug)
  - Addiere dem Feld diesen Wert.
  - Subtrahiere den Wert von der nächsten Basisvariable auf dem Polygonzug.
  - Addiere den Wert zur nächsten Basisvariable auf dem Polygonzug
  - usw. ...
  - Im Ergebnis wurde der Inhalt zweier Felder vertauscht und die Zeilen- und Spaltensummen entsprechend korrigiert.
- Gehe zum Anfang zurück. Gehe dabei nicht über **Los!** und nehme keine 200$.