

Magische Quadrate in den Ländern des Islam

Zwischen dem 9. und dem 12. Jahrhundert machten arabische Mathematiker die Quadrate mit der stets gleichen Zeilen-, Spalten- und Diagonalsumme hoffähig.

Von Jacques Sesiano

Die Aufgabe ist wohlbekannt: In die Felder eines quadratischen Schemas sind unterschiedliche natürliche Zahlen so einzutragen, dass deren Summe entlang jeder Zeile, jeder Spalte und jeder der beiden Diagonalen gleich ist. Meistens ist zusätzlich gefordert, dass die einzutragenden Zahlen genau die ersten natürlichen Zahlen sein sollen. Ein magisches Quadrat der Ordnung n (mit n Feldern pro Zeile und Spalte) enthält dann die natürlichen Zahlen von 1 bis n^2 . Da die Summe dieser Zahlen $1 + 2 + 3 + \dots + n^2 = (n^2(n^2+1))/2$ ist, muss die magische Summe, das heißt die Zahl, zu der sich die Einträge jeder Zeile, Spalte oder Diagonale summieren sollen, gleich $(n(n^2+1))/2$ sein. Nur so kann sich als Summe der n Zeilensummen die Gesamtsumme aller Einträge ergeben.

Zur Ordnung 2 gibt es kein magisches Quadrat, und zur Ordnung 3 bis auf Drehungen und Spiegelungen nur ein einziges. Für ein magisches Quadrat der Ordnung 4 gibt es bereits 880 Möglichkeiten, und die Zahl der verschiedenen magischen Quadrate wächst rasant mit der Ordnung n .

In Europa wurden magische Quadrate im 14. Jahrhundert durch Übersetzungen arabischer Texte bekannt. Dort wurden diese harmlosen Zahlenanordnungen mit den damals bekannten sieben »Planeten« (Sonne und Mond zählten mit, nicht aber die Erde) in Beziehung gesetzt und ihnen im Wortsinn

magische Kräfte zugeschrieben, die man zu eigenem Nutzen oder fremdem Schaden einsetzen konnte. Noch bei Pierre de Fermat (1601–1665) findet sich die heute verschwundene Bezeichnung »planetarische Quadrate«.

Die andere aber hat sich erhalten – und mit ihr eine gewisse Anrüchigkeit, die allerdings jüngeren Datums ist. Im Arabischen hießen die Quadrate ursprünglich »harmonische Anordnungen von Zahlen« – ein respektables Arbeitsgebiet für Mathematiker. Diese erzielten

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

▲ In einem natürlichen Quadrat (das ist eines, in das die Zahlen zeilenweise der Reihe nach eingetragen sind) ist die Summe über jede der beiden Diagonalen (rot), über die mittlere Zeile, die mittlere Spalte (grün) und jede der »gebrochenen« Diagonalen (zwei Beispiele hierfür in Blau und Violett) gleich der magischen Summe. Für dieses Quadrat der Ordnung 7 beträgt sie 175.

nach ersten Versuchen im 9. und 10. Jahrhundert große Fortschritte bis zum goldenen Zeitalter der arabischen Mathematik im 12. Jahrhundert. Im gleichen Jahrhundert erreichte auch die Wissenschaft von den magischen Quadraten ihren Höhepunkt, der bis in die jüngste Vergangenheit nicht übertroffen wurde. Nur die Hersteller von Amuletten und andere Vertreter des finsternen Aberglaubens haben, indem sie den völlig unmagischen Quadraten magische Kräfte zuschrieben und damit ihren heutigen Namen einbrachten, deren eigentlich untadeligen Ruf dauerhaft beschädigt.

Zwei Autoren, zwei Methoden

Die Anfänge kennen wir durch zwei Autoren aus dem 10. Jahrhundert. Abu'l Wafa Buzjani (940–997), der durch seine Arbeiten zur Astronomie und zur Trigonometrie berühmt wurde, gibt uns in seiner weitschweifigen Abhandlung Gelegenheit, die frühen Bemühungen um eine allgemeine Methode zu verfolgen. Dagegen geht Ali ben Ahmad al-Antaki (gestorben 987) in seinem sehr knapp gehaltenen Text nur zu Beginn auf die einfachsten Methoden ein: »Einige beginnen, indem sie die Zahlen in ihrer gewöhnlichen Reihenfolge einfügen, anfangend mit 1 bis hin zu der Zahl, die durch die Figur, die man magisch machen möchte, vorgegeben wird. Dann versetzen sie die Zahlen darin dergestalt, dass eine Vergrößerung in bestimmten Reihen und eine Verkleinerung in den gegenüberliegenden Reihen hervorgerufen wird.« Hier ist »Reihe« als Oberbe-

a

۲۲	۲۶	۱۹	۲۱	۱۰	۲۸	۲۵
۸	۲۳	۲۱	۱۷	۲۴	۱۱	۲۹
۳۰	۷	۲۴	۲۱	۱۸	۲۴	۱۲
۱۳	۳۱	۱۷	۲۸	۲۳	۱۹	۳۵
۳۷	۱۶	۳۲	۱	۲۹	۲۶	۲۰
۲۱	۳۱	۱۸	۲۳	۲۷	۲۵	۲۸
۲۶	۱۸	۲۰	۹	۲۶	۲۷	۲۸

b

ZZ	47	I6	4I	IO	35	4
5	Z3	48	I7	4Z	II	Z9
30	6	Z4	49	I8	36	IZ
I3	3I	7	Z5	43	I9	37
38	I4	3Z	I	Z6	44	Z0
ZI	39	8	33	Z	Z1	45
46	I5	40	9	34	3	Z8

griff für Zeile, Spalte und Diagonale zu verstehen. »Dann bringen sie alle Reihen auf ein und dieselbe Weise in Einklang. Diese Methode bereitet dem Anfänger gewisse Schwierigkeiten. Andere gehen nach einer anderen, bequemeren Methode vor.«

Diese bequemere Methode, die al-Antaki im Folgenden beschreibt, ist die Berandung: Rings um ein bekanntes magisches Quadrat legt man einen Randstreifen aus neuen Feldern und füllt diese so mit Zahlen, dass alle Reihensummen um den gleichen Betrag vergrößert werden.

Genauer: In einem magischen Quadrat der Ordnung n addiert man zunächst $2n+2$ zu jedem Eintrag, wodurch seine magische Summe auf $(n(n^2+1))/2 + n(2n+2)$ anwächst. Dann umgibt man es mit einem Randstreifen, der genau ein Feld breit ist. Dadurch entsteht ein Quadrat der Ordnung $n+2$, in dem in jeder Zeile, Spalte und Diagonale noch genau zwei Felder – das erste und das letzte – frei sind. Das eine freie Feld jeder Reihe füllt man mit einer Zahl j , das andere mit der dazu komplementären Zahl $(n+2)^2+1-j$. Dabei verwendet man für j jede Zahl zwischen 1 und $2n+2$ genau einmal. Auf diese Weise enthält das neue Quadrat genau die Zahlen von 1 bis $(n+2)^2$ und hat die magische Summe $(n(n^2+1))/2 + n(2n+2) + (n+2)^2+1 = (n+2)((n+2)^2+1)/2$, wie es sich für ein magisches Quadrat der Ordnung $n+2$ gehört.

Im 10. Jahrhundert gingen also die Vertreter der alten, von al-Antaki als

mühsam bezeichneten Methode von dem »natürlichen« Quadrat aus, in dem die Zahlen von 1 bis n^2 in der natürlichen Reihenfolge zeilenweise eingetragen sind. Ein Jahrhundert später hatte man allgemeine und einfache Methoden abgeleitet, bei denen man das natürliche Quadrat nicht einmal mehr aufschreiben musste.

Quadrate ungerader Ordnung

Abu'l Wafa Buzjani hat uns zwei Beispiele für die individuelle Konstruktion eines Quadrats der Ordnung 5 hinterlassen (Kasten nächste Seite, oben). Die Diagonalen des natürlichen Quadrats lässt er unangetastet. Er weiß nämlich, dass diese bereits die richtige Summe haben, in diesem Fall 65. Allgemein gilt für natürliche Quadrate ungerader Ordnung, dass die mittlere Zeile, die mittlere Spalte und die beiden Diagonalen bereits die magische Summe haben.

Das gilt auch für die »gebrochenen« Diagonalen; das sind Paare von Parallelen zu den Diagonalen, die insgesamt genauso viele Felder enthalten wie die Diagonalen selbst, nämlich n Stück. Wenn man die rechte und die linke Seite des Quadrats miteinander identifiziert, desgleichen die obere und die untere, so dass sich ein Torus ergibt, werden die gebrochenen Diagonalen zu durchgehenden Linien. Wie Abu'l Wafas Konstruktion auf Quadrate höherer Ordnung zu verallgemeinern wäre, ist nicht offensichtlich.

Auf der genannten Eigenschaft natürlicher Quadrate beruht auch die Konstruktion von Ibn al-Haitam (etwa 965–

▲ Dieses magische Quadrat aus dem Manuskript Ayasofya (a) stammt aus dem 13. Jahrhundert; Diego Palomino hat es in seinem »Fragmentum de Inventionibus scientiarum« (Madrid 1599) in der europäischen Version der arabischen Ziffern wiedergegeben (b); die Zwei sah damals noch wie ein Z aus und die Eins wie ein I.

1041), die uns ein Autor des 12. Jahrhunderts überliefert hat: »Er schrieb vor, zwei Quadrate zu zeichnen und in eines der beiden die Zahlen gemäß ihrer natürlichen Reihenfolge einzutragen. Dann sollte der Inhalt der mittleren Zeile und der mittleren Spalte in die beiden Diagonalen des anderen Quadrats geschrieben werden. Anschließend überführte er den Inhalt der verbleibenden Diagonalen in die zugehörigen Felder des zweiten Quadrats unter komplizierten Bedingungen, die zu beschreiben er sich viel Zeit nahm und deren Befolgung dem Anfänger Schwierigkeiten bereitet.« Das Rezept endet hier, man kann aber erraten, wie das magische Quadrat vervollständigt wurde (Kasten nächste Seite, Mitte). Der Autor des 12. Jahrhunderts brach seine Beschreibung auch deshalb ab, weil er eine andere Methode vorzuschlagen hatte (Kasten nächste Seite, unten).

Wie kann man das natürliche Quadrat gänzlich vermeiden? Hier ist eine Möglichkeit (Bild auf der übernächsten Seite): Man setzt in eines der Felder, die dem Zentralfeld unmittelbar benachbart ▷

Magische Quadrate ungerader Ordnung

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	<u>12</u>	5
<u>18</u>	7	20	9	10
11	<u>4</u>	13	<u>22</u>	15
16	17	6	19	<u>8</u>
21	<u>14</u>	23	24	25

1	23	24	12	5
18	7	20	9	11
10	4	13	22	16
15	17	6	19	8
21	14	2	3	25

1	<u>14</u>	3	4	5
18	7	<u>20</u>	9	10
11	<u>24</u>	13	<u>2</u>	15
16	17	6	19	8
21	22	23	<u>12</u>	25

1	14	<u>22</u>	<u>23</u>	5
18	7	20	9	<u>11</u>
<u>10</u>	<u>24</u>	13	2	<u>16</u>
15	17	6	19	8
21	<u>3</u>	<u>4</u>	12	25

Zwei Methoden von Abu'l Wafa Buzjani zur Konstruktion magischer Quadrate der Ordnung 5 (oben): Die Zahlen, die verändert wurden, sind unterstrichen, die roten Zahlen bleiben unverändert, die Pfeile kennzeichnen Vertauschungen.

► **Erste Methode:** Ausgehend vom natürlichen Quadrat lassen wir die Zahlen in den Diagonalen unverändert (a) und vertauschen die Zahlen des Quadrats der Ordnung 3 im Zentrum (grün umrahmt) mit ihren diagonal im Abstand 2 liegenden Partnern (b, rote Pfeile). Dann vertauschen wir die bislang unberührten Zahlen am Rand mit den diametral gegenüberliegenden Zahlen, wobei die Rangordnung zwischen unmittelbaren Nachbarn gewahrt bleibt: Von zwei Nachbarn kommt der kleinere dorthin, wo vorher der kleinere war (c, violette Pfeile).

► **Zweite Methode:** Wieder bleiben die Zahlen in den Diagonalen unverändert. Wir vertauschen die Zahlen, die an die Hauptdiagonale (von oben links nach unten rechts) angrenzen, paarweise miteinander (d, orangefarbene Pfeile). Dann vertauschen wir wie oben die Zahlen am Rand mit ihren diametralen Partnern (e, blaue Pfeile). In beiden Fällen (c und e) sind die sich ergebenden Quadrate magisch.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

11			20	3
	12		8	
		13		
	18		14	
23				15

11			20	3
	12		8	
		13		
10	18		14	
23				15

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Die Methode von al-Haitam: Die Zahlen in der mittleren Zeile und in der mittleren Spalte des natürlichen Quadrats (a) kommen in die beiden Hauptdiagonalen des neuen Quadrats (b). In dessen Zeilen und Spalten – mit Ausnahme der mittleren – sind damit jeweils zwei Felder bereits besetzt. Die Eigenschaften des natürlichen Quadrats helfen uns, das magische Quadrat zu vervollständigen. So muss die Zeile, welche die Zahlen 3 und 11 enthält, die Elemente der zugehörigen gebrochenen Diagonale

des natürlichen Quadrats enthalten (a, rote Pfeile). Analog muss die Spalte, die 8 und 14 enthält, aus den Elementen der entsprechenden gebrochenen Diagonale bestehen (grüne Pfeile). Im Schnittpunkt von Zeile und Spalte muss also das beiden gebrochenen Diagonalen gemeinsame Element stehen: 20. So geht es weiter: Die Zahl 10 in c gehört zu den blau und orange gezeichneten Diagonalen des natürlichen Quadrats. Am Ende entsteht ein magisches Quadrat (d).

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Die Methode eines Autors aus dem 12. Jahrhundert: In das Quadrat der ausgewählten Ordnung (hier 5) setzt man ein um 45 Grad verdrehtes Quadrat gleicher Ordnung ein (das »Karo«), dessen Ecken auf den Kantenmittelpunkten des Ausgangsquadrats liegen (a). Nachdem man in das große Quadrat die Zahlen in natürlicher Folge eingetragen hat (b), bemerkt man, dass einige Fel-

der des Karos ausgefüllt sind, während andere leer bleiben, nämlich genau diejenigen, die Kreuzungspunkte des ursprünglichen Quadrats enthalten. Aus jeder Ecke des natürlichen Quadrats verschiebt man die außerhalb des Karos liegenden Dreiergruppen in Richtung der gegenüberliegenden Kante des Karos (c, blaue Pfeile) und erhält wieder ein magisches Quadrat (d).

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

▲ Eine allgemeine Methode für magische Quadrate ungerader Ordnung: Man geht von einem Feld aus (rot eingerahmt), das dem Zentralfeld benachbart ist, und folgt den gebrochenen Diagonalen (blaue Pfeile), so als ob die gegenüberliegenden Kanten des Quadrats miteinander verklebt wären. Stößt man auf ein bereits ausgefülltes Feld (hier ist das bei der Neun der Fall), geht man zwei Zeilen nach unten (orangefarbener Pfeil), fährt mit dem Ausfüllen fort und so weiter, bis das ganze Quadrat belegt ist.

▷ sind, eine Eins ein, zum Beispiel in das Feld unter dem Zentralfeld. Dann schreibt man die nächsten Zahlen diagonal nach unten fortschreitend in die Kästchen. Stößt man auf eine Kante, so fährt man mit dem nachfolgenden Feld auf der gegenüberliegenden Seite fort (man folgt der gebrochenen Diagonalen). Nachdem man so viele Zahlen eingetragen hat, wie die Ordnung angibt, geht es nicht mehr weiter. Dann geht man unabhängig von der Ordnung des Quadrats zwei Felder nach unten und schreibt weiter, bis das Quadrat schließlich vollständig ausgefüllt ist.

Diese Methode ist für alle ungeraden Ordnungen anwendbar. Abu'l Wafa kannte bereits die beiden entscheidenden Eigenschaften der Quadrate ungerader Ordnung. Gleichwohl – oder gerade deswegen – konnte er sich nicht dazu durchringen, die mittlere Zeile und Spalte die Rolle der bisherigen Diagonalen einnehmen zu lassen. Erst al-Haitam kam auf diese Idee und von dort auf die eben geschilderte allgemeine Methode.

Wenn n eine gerade Zahl ist, gibt es die mittlere Zeile oder Spalte nicht, deren Summe gleich der magischen Sum-

me sein könnte. Vielmehr zerlegen die waagerechte und die senkrechte Mittellinie das ganze Quadrat in vier Teilquadrate (»Quadranten«). Analog zu den ungeraden haben die geraden natürlichen Quadrate eine nützliche Eigenschaft, die man bei Ibn al-Haitam findet (sie war schon vorher bekannt): Man greife aus einer Zeile eine (beliebig gewählte) Hälfte der Felder heraus. Die Summe dieser »Halbzeile« plus die Summe der bezüglich des Quadratmittelpunkts symmetrischen Halbzeile ist gleich der magischen Summe. Analoges gilt für die Halbspalten. Außerdem ist die Summe jeder gewöhnlichen oder gebrochenen Diagonale ebenfalls gleich der magischen Summe.

Quadrate gerader Ordnung

Unter Nutzung dieser Eigenschaft gelang es, die ersten magischen Quadrate gerader Ordnung zu erzeugen. Man lässt die Diagonalen unverändert und bringt die Summen in den Zeilen auf die richtige Größe, indem man die Hälfte ihrer Elemente austauscht. Dann verfährt man ebenso mit den Spalten, muss allerdings dafür Sorge tragen, dass die bereits korrekten Zeilensummen nicht verändert werden. Das läuft auf ein kompliziertes Verfahren hinaus.

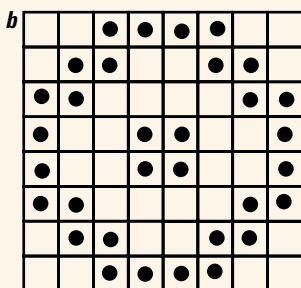
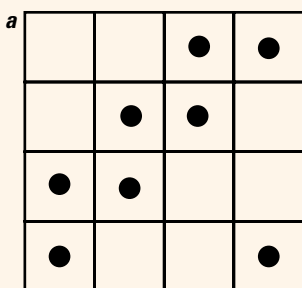
Diese Klippe lässt sich umschiffen, indem man Einträge innerhalb von Diagonalen vertauscht, was sich auf Spalten und Zeilen zugleich auswirkt. Das war die große Neuerung im 11. Jahrhundert. Anleitungen wie oben im Kasten links sind in den arabischen Texten dieser Zeit häufig zu finden.

Diese Methode funktioniert nur, wenn der Quadrant selbst von gerader Ordnung ist. Der Fall eines Quadrats gerader Ordnung, die nur durch 2, nicht aber durch 4 teilbar ist ($n = 4k + 2$), ist weniger einfach; die allgemeine Methode hierfür wurde erst in der zweiten Hälfte des 11. Jahrhunderts entdeckt. Man findet sie in einem Werk von al-Karagi, das um 1100 geschrieben wurde (im Kasten links, unten).

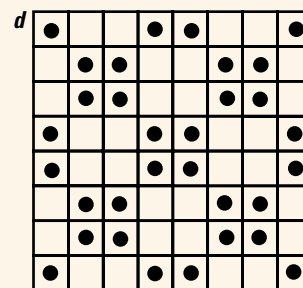
Auch diese Methode beruht auf der oben genannten Eigenschaft der Summen von Halbzeilen und Halbspalten. Allerdings kann die schlichte Übertragung des obigen Verfahrens nicht funktionieren. Wenn man nämlich in dem ersten Quadranten k Felder pro Zeile und Spalte mit schwarzen Punkten versehen würde, dann blieben in jeder Zeile ▷

Impressum

Magische Quadrate gerader Ordnung



64	63	3	4	5	6	58	57
56	10	11	53	52	14	15	49
17	18	46	45	44	43	23	24
25	39	38	28	29	35	34	32
33	31	30	36	37	27	26	40
41	42	22	21	20	19	47	48
16	50	51	13	12	54	55	9
8	7	59	60	61	62	2	1

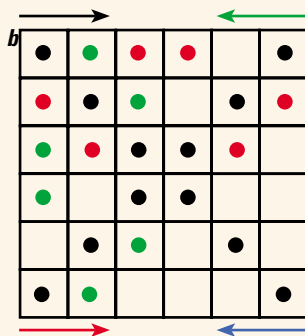
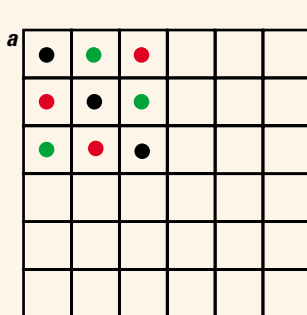


Die Ordnung ist ein Vielfaches von 4, $n=4k$: Man vertausche die Zahlen des natürlichen Quadrats entlang von Diagonalen. Bei der folgenden Methode muss man das ursprüngliche natürliche Quadrat gar nicht mehr hinschreiben. In dem abgebildeten Beispiel ist $k=2$.

In den ersten Quadranten setzen wir Punkte so ein, dass in jeder Halbzeile und jeder Halbspalte genau k Stück stehen (a). Dieses Muster übertragen wir auf die anderen Quadranten, indem wir es mit der rechten unteren Ecke (dem Mittelpunkt des ganzen Quadrats) als Drehzentrum um 90, 180 und 270 Grad drehen (b). Beginnend mit der linken oberen Ecke, tragen wir

die Zahlen des natürlichen Quadrats in alle Felder ein, die einen Punkt tragen (c, die roten Zahlen).

Die noch freien Felder füllen wir ebenfalls mit den Zahlen des natürlichen Quadrats, diesmal aber, indem wir von der rechten unteren Ecke nach links und nach oben arbeiten. Alternativ kann man das halb ausgefüllte Quadrat um 180 Grad drehen und dann die freien Felder auf dieselbe Weise füllen wie beim ersten Durchgang. Das entstehende Quadrat ist magisch (c). Aus anderen Punktmustern ergeben sich andere magische Quadrate (d); zu diesem Muster vergleiche auch Spektrum der Wissenschaft 1/1996, S. 14.



1	●	●	●		6
●	8	●		11	●
●	●	15	16	●	
●		21	22		
	26	●		29	
31	●				36

1	5	33	34	32	6
25	8	10	27	11	30
18	20	15	16	23	19
24	17	21	22	14	13
12	26	28	9	29	7
31	35	4	3	2	36

Die Ordnung ist durch 2, aber nicht durch 4 teilbar, $n=4k+2$: Nach der Methode von al-Karagi nehmen wir den ersten Quadranten; er hat die Ordnung $2k+1$. In seine erste Zeile setzen wir k schwarze Punkte (im Beispiel ist $k=1$, also $n=6$), einen roten und einen grünen. Die beiden letzteren dürfen nicht in der Diagonale stehen. Nun vervollständigen wir die Punkteverteilung im ersten Quadranten derart, dass dessen gewöhnliche wie gebrochene Diagonalen stets Punkte gleicher Farbe enthalten. Dieses Muster übertragen wir durch Spiegelung an den Mittellinien des Gesamtquadrats auf die anderen Quadranten; und zwar werden die roten Punkte nur nach rechts gespiegelt, die

grünen nur nach unten und die schwarzen in alle drei restlichen Quadranten (b).

Wieder füllen wir das Quadrat mit den Zahlen des natürlichen Quadrats, und zwar so, wie die farbigen Pfeile angeben: Die Felder mit schwarzen Punkten füllen wir in der üblichen Schreibrichtung (c). Für die grünen Punkte beginnen wir rechts oben, schreiben die Zeilen von rechts nach links und untereinander; für die roten Punkte schreiben wir links unten beginnend die Zeilen von links nach rechts und übereinander, und für die freien Felder (blauer Pfeil) können wir in Gedanken das Quadrat wieder um 180 Grad drehen.

▷ des Gesamtquadrats $2k$ Einträge unverändert (gegenüber dem natürlichen Quadrat), und $2k+2$ würden vertauscht. Es müssen aber beide Male $2k+1$ Einträge sein, damit es die Hälfte ist. Also müssen wir pro Zeile und Spalte eine Vertauschung unterlassen. Diesem Zweck dienen die roten und grünen Punkte. Die roten verhindern genau eine Vertauschung innerhalb einer Zeile; die grünen Punkte tun dasselbe für die Spalten. So

gelangt man zu den $2k+1$ Vertauschungen zwischen Paaren konjugierter Zeilen oder Spalten, wobei die Diagonalen intakt bleiben.

Mit dieser Methode war das Problem der Konstruktion magischer Quadrate im Prinzip gelöst. Dennoch gab es auch in den nachfolgenden Jahrhunderten noch genug zu tun: Man variierte die Methoden und führte zusätzliche Forderungen ein. ◀

Jacques Sesiano lehrt Geschichte der Mathematik an der École polytechnique fédérale de Lausanne.

Edle magische Quadrate. Von Christoph Pöppe in: Spektrum der Wissenschaft, Januar 1996, S. 14

Les carrés magiques dans les pays islamiques. Von Jacques Sesiano. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 2004

AUTOR UND LITERATUR